Forblad

Et internationalt grovhedstal

E. Suenson

Tidsskrifter

Ingeniøren 1945. 5. maj.

1945

INGENIØREN NR. 18

BYGNINGSTEKNIK

5. MAJ 1945

Redigeret af *JENS JOHANSEN*, M. Ing. F. (Ansvh.)
Peter Bangsvej 67, København F, Tlf. Goth. 4209

SIDE B. 49—60

ET INTERNATIONALT GROVHEDSTAL

Af Professor, Civilingeniør *E. Suenson*, M. Ing. F.

666,97—12 : 691.52

Det nye Grovhedstal, som Dr. techn. *Erik V. Meyer* har foreslaaet i *Ingeniøren* 1944, Nr. 68, har visse Fordele fremfor *Abrams'*, navnlig naar man ikke arbejder med det Abramske Sigtesæt. Forskellen mellem de to Tal beror paa, (1) at Dr. Meyer ser bort fra Korn, der passerer Maskevidden 0,1 mm, mens Abrams trækker Grænsen ved 0,104 mm [1]), samt paa, (2) at Kornkurvens Abscissemaalestok er ændret, saaledes at Arealet over Kornkurven faar en lidt ændret Værdi. Kaldes de to Grovhedstal G_A og G_M og de to Arealer F_A og F_M, haves:

$$G_A = F_A : \log 2 = F_A : 0{,}301 \quad \text{og} \quad G_M = F_M : 0{,}300.$$

Det nye Grovhedstal svarer ganske til Hummels og er nøjagtigt 1/30 af dette, hvis der bruges samme Sigter. Talværdien bliver derved meget nær Abrams', hvilket er en Fordel.

Baade G_M og G_H er mere naturligt definerede end G_A, men til Gengæld kan de vanskeligt bestemmes, uden at Kornkurven tegnes op, medens G_A kan udregnes ved en simpel Summation af Sigteresterne.

Jo flere Grovhedstal, der indføres, des større bliver Trangen til et internationalt Grovhedstal, som er uafhængigt af det Koordinatsystem og de Maalestokke, i hvilke Kornkurven tegnes, og som er umiddelbart forstaaeligt, og jeg vil derfor gerne paany slaa til Lyd for, at alle de Grovhedstal, der er Udtryk for Arealet over den logaritmiske Kornkurve, men udtrykker dette Areal ved forskellige Tal — altsaa G_A, G_H, G_M og de forskellige østrigske — likvideres til Fordel for et nyt. Det nye Tal skal — som Dr. Meyer nævner — simpelthen være Tværmaalet i mm af det Korn, der har samme Grovhedstal som det paagældende Grus, er altsaa meget anskueligt og uafhængigt af Diagrammernes Maalestoksforhold[2]).

Naar man beskæftiger sig med de Grovhedstal, der er bestemt ved Sigtning, maa man holde sig for Øje, at de er definerede ved Sigtehulsvidder og derfor strengt taget ikke er Udtryk for Kornenes Grovhed, men for deres Evne til at passere Sigtehuller. Det er derfor hensigtsmæssigt at karakterisere Kornenes Størrelse ved Maskevidden l og ikke ved Bogstaver som k eller d, der leder Tanken hen paa Kornenes virkelige Tværmaal (Kantlængde eller Diameter).

For et Korn, der netop kan passere Maskevidden l^{mm}, findes følgende Grovhedstal:

$$\begin{aligned} &\text{Efter Abrams:} & G_A &= 3{,}27 + 3{,}32 \cdot \log l \\ &\quad\text{,, Meyer:} & G_M &= 3{,}33 + 3{,}33 \cdot \log l \\ &\quad\text{,, Hummel:} & G_H &= 100 + 100 \cdot \log l \end{aligned}$$

G_A bliver Nul for $\log l = -3{,}27 : 3{,}32$, svarende til $l = 0{,}104^{mm}$. G_H og G_M bliver Nul for $l = 0{,}1^{mm}$.

I Figur 1 er $\log l$, G_A, G_M og G_H afsat ud ad hver sin vandrette Linie, saaledes at de sammenhørende Værdier af l og Grovhedstallene ligger paa en lodret Linie. Man ser, at til $l = 1^{mm}$ svarer $G_A = 3{,}27$, $G_M = 3{,}33$, $G_H = 100$; en Kornhob med disse Grovhedstal er altsaa hvad Grovhedstal angaar æquivalent med en enskornet Hob, hvis Korn netop kan passere Maskevidden 1 mm. Værdien l kan derfor siges at være Udtryk for Hobens Middelkornstørrelse, hvorfor den i Figuren er betegnet l_m. Det saaledes definerede Middelkorn har et Rumfang, der varierer med Kornets Form.

Figuren kan bruges af Læsere, som vil danne sig et anskueligt Billede af hvilken Grovhed, der svarer til de forskellige Grovhedstal, men hellere maa den bruges af Eksperimentatorer og Forfattere, inden de publicerer deres Resultater — som gjort af Dr. Meyer i nævnte Artikel — da disse derved bliver umiddelbart sammenlignelige.

[1]) Desuden forudsætter Abrams, at de Korn, der passerer Maskevidden 0,147 mm, alle har Størrelsen 0,104 mm (se Fig. 2). Denne Forudsætning gøres, for at man nemt skal kunne udregne Grovhedstallet af Sigteresterne uden at optegne Kornkurven, men den medfører, at Grovhedstallet bliver mindre end svarende til Arealet over Kurven. Er Kornmængden 0—0,147 mm ringe, bliver Forskellen betydningsløs, ikke hvis nævnte Kornmængde er stor. Man maa da regne, at Kornkurvens Nulpunkt ligger i Abscissepunktet log 0,104 mm. Derved forøges Arealet over Kornkurven med $\frac{1}{2} \cdot \frac{p}{100} \cdot (\log 0{,}147 - \log 0{,}104) = \frac{1}{2} \cdot \frac{p}{100} \cdot \frac{1}{2} \cdot \log 2 = 0{,}075 \cdot \frac{p}{100}$, hvor p er den Vægtprocent af Kornene, der passerer 0,147 mm Sigten.

[2]) Se *Byggematerialer* III, 1942, § 342 og *Betons Sammensætning* i Dansk Ingeniørforenings Bog: Moderne Betonteknik, 1942, Side 52.

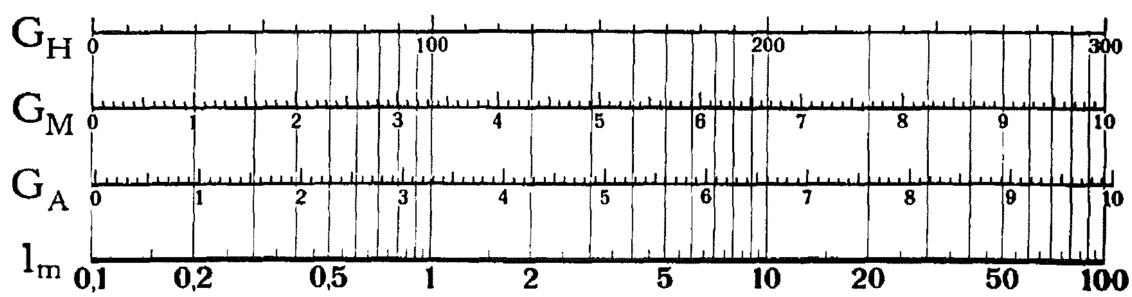

Fig. 1. Sammenhørende Værdier af et Korns Grovhedstal og den til Kornets Størrelse svarende Maskevidde.

Nøjagtigere Værdier af l_m kan udregnes af Formlerne:

$$\log l_m = 0{,}301 \cdot G_A - 0{,}983 = 0{,}3 \cdot G_M - 1 = 0{,}01 \cdot G_H - 1. \qquad (1)$$

Hvis et kugleformet Korn netop kan passere Maskevidden l_m, kan dets Grovhedstal ogsaa udtrykkes ved Kornets Overflade $O = \pi \cdot l^2$ eller Rumfang $r = \frac{\pi}{6} \cdot l^3$. Indføres disse Værdier i G_A og G_M, faas:

$$G_A = 2{,}45 + 1{,}66 \log O = 3{,}58 + 1{,}11 \log r$$
$$G_M = 2{,}51 + 1{,}67 \log O = 3{,}64 + 1{,}11 \log r$$

I visse Tilfælde kan det være bekvemmere at udregne G af r end af l_m.

En Kornhobs Grovhedstal lader sig let udregne, hvis man kender hvert enkelt Korns Grovhedstal. Hvis q Korn med ens Vægtfylde, Rumfang r_1 til r_q og Grovhedstal G_1 til G_q sammenblandes, faar Hoben Grovhedstallet:

$$G = \frac{\Sigma\, r \cdot G}{\Sigma\, r}.$$

I Almindelighed kender man ikke Kornenes Antal og Rumfang, men kun Vægten af Hobens forskellige Sigtefraktioner. Er Hoben delt i q Fraktioner med Grovhedstal G_1 til G_q, og hvis Vægt udgør p_1 til p_q % af Hobens, faar denne Grovhedstallet:

$$G = \frac{\Sigma\, pG}{\Sigma\, p} = \frac{\Sigma\, pG}{100}.$$

Men i Virkeligheden kender man ikke Fraktionernes Grovhedstal. Indenfor hver enkelt Fraktion kan den Maskevidde, der karakteriserer hvert enkelt Korns Tværmaal, variere fra l_n til l_{n+1} (som Regel lig $2\,l_n$), og dens G kan derfor kun bestemmes, hvis man vedtager at regne med en bestemt Variation. Abrams optegner Kornkurven med log l som Abscisse (Fig. 2) og tegner den retliniet mellem Forsøgspunkterne, hvilket er ensbetydende med at fastslaa Variationen. Endvidere erstatter han Kornkurven med en aftrappet Linie, hvis vandrette Stykker alle har Længden log 2, og hvis lodrette Stykker ligger midtvejs mellem Abscissepunkterne log l_n og log $2l_n$ og altsaa har Abscissen $\log l_n + \frac{1}{2} \cdot (\log 2\,l_n - \log l_n) = \log l_n + \frac{1}{2} \cdot \log 2 = \log l_n \cdot \sqrt{2}$; han regner altsaa, at Fraktionen bestaar af ens Korn, der netop kan passere Maskevidden $l_n \cdot \sqrt{2}$. En Fraktion, der ligger mellem Maskevidderne l_n og $2\,l_n$, har altsaa $l_m = l_n \cdot \sqrt{2}$.

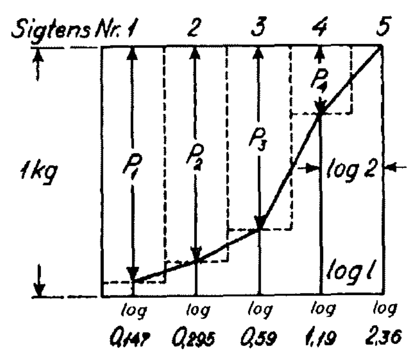

Fig. 2. Abrams' Kornkurve for et Sand, hvis største Korn netop kan passere Maskevidden 2,36 mm.

Fraktionen mellem Sigterne	1 og 2	2 og 3	3 og 4	o. s. v.
har da $l_m =$	$0{,}147\sqrt{2}$	$0{,}295\sqrt{2}$	$0{,}59\sqrt{2}$	„
og (se Fig. 1) $G_A =$	1	2	3	„

Hvis man ikke bruger Abrams' Sigtesæt med $l_{n+1} = 2\,l_n$, regner man paa tilsvarende Maade, at Fraktionen bestaar af ens Korn med et Tværmaal l_m, der bestemmes af

$$\log l_m = \log l_n + \tfrac{1}{2} \cdot (\log l_{n+1} - \log l_n)$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot (\log l_n + \log l_{n+1})$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot \log l_n \cdot l_{n+1}, \text{ altsaa } l_m = \sqrt{l_n \cdot l_{n+1}}.$$

Værdien af G paavirkes i nogen Grad af det Sigtesæt, man bruger, men l_m paavirkes paa samme Maade, saa Gyldigheden af Fig. 1 er uafhængig af Sigtesystemet.

En Kornhobs gennemsnitlige Kornstørrelse kan defineres paa mange andre Maader end ved l_m, og for at undgaa Forvekslinger vil en Redegørelse for nogle af dem være nyttig, men ved Beregning af G_A, G_M, G_H og andre Grovhedstal, der ligesom disse er Udtryk for Arealet over den logaritmiske Kornkurve, er det kun l_m, der har Betydning.

(a) Et uregelmæssigt Korns Størrelse karakteriseres bedst ved dets Rumfang r; Gennemsnitsstørrelsen af flere Korn karakteriseres derfor bedst ved deres Middelrumfang.

q Korn med Rumfang r_1 til r_q har Middelrumfanget $r_m = \frac{1}{q} \cdot \Sigma r$; dette er det korrekteste Udtryk for en Kornhobs gennemsnitlige Kornstørrelse. Kendes r_m, kan Størrelsen anskueliggøres, ved at man erstatter den med Sidelinien i den Terning eller Diameteren i den Kugle, der har Rumfanget r_m, altsaa

$$k_{ma} = \sqrt[3]{r_m} \quad \text{eller} \quad d_{ma} = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi} \cdot r_m}.$$

(b) Hvis Enkeltkornene i Tilfælde (a) er Terninger eller Kugler, kan Formlerne skrives

$$k_{mb} = \sqrt[3]{\frac{1}{q} \cdot \Sigma k^3} \qquad \text{eller} \qquad d_{mb} = \sqrt[3]{\frac{1}{q} \cdot \Sigma d^3}.$$

(c) Hvis Enkeltkornene i Tilfælde (b) har ens Vægtfylde, kan Middelkornets Størrelse beregnes, saafremt den almindelige Vægt-Kornkurve med l som Abscisse er retliniet, idet Kornantallet da kan udregnes, uden at Kornene tælles[3].

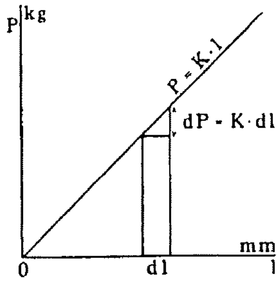

Fig. 3. Retliniet Kornkurve.

Naar en Kornkurve med l som Abscisse er retliniet (Fig. 3), betyder det, at en Forøgelse af Maskevidden med dl forøger den gennemfaldende Vægtmængde med $dP = K \cdot dl$. Er disse Korns Vægtfylde γ, har de Rumfanget:

$$dR = \frac{dP}{\gamma} = \frac{K}{\gamma} \cdot dl \tag{2}$$

og hvis dR bestaar af dq Korn, hvert med Rumfang r, haves desuden: $dR = r \cdot dq$, altsaa:

$$dq = \frac{dR}{r} = \frac{K}{\gamma} \cdot \frac{1}{r} \cdot dl. \tag{3}$$

Antages Kornene først at være Terninger, maa deres Kantlængde k være proportional med l, altsaa $k = c_1 \cdot l$ og $r = k^3 = c_1^3 \cdot l^3$, der indsat i (3) giver:

$$dq = \frac{K}{\gamma} \cdot \frac{1}{c_1^3 \cdot l^3} \cdot dl.$$

Antallet af Korn mellem Maskevidderne l_n og l_{n+1} bliver da:

$$q = \frac{K}{\gamma \cdot c_1^3} \cdot \int_{l_n}^{l_{n+1}} \frac{dl}{l^3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{\gamma \cdot c_1^3} \cdot \left(\frac{l_{n+1}^2 - l_n^2}{l_{n+1}^2 \cdot l_n^2} \right). \tag{4}$$

For disse Korn giver (2):

Det samlede Rumfang: $R = \frac{K}{\gamma} \cdot (l_{n+1} - l_n)$

Den " Vægt: $P = K \cdot (l_{n+1} - l_n)$.

Middelkornets Kantlængde bestemmes da af $k^3_{me} \cdot q \cdot \gamma = P$:

$$k_{me} = \sqrt[3]{\frac{P}{q \cdot \gamma}} = c \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \frac{l_n^2 \cdot l_{n+1}^2}{l_n + l_{n+1}}} \tag{5}$$

[3]) *Kolloidchemische Beihefte* 1928, Band XXVII, Side 375 (*A. H. M. Andreasen*).

Antages Kornene at være Kugler med Diameter $d = c_2 \cdot l$, kommer man ogsaa til Formlerne (4) og (5); man har blot at ombytte k_{me} med d_{me} og c med c_2 samt at dividere højre Side af (4) med $\frac{\pi}{6}$. Hvis man derfor i (5) indfører $k_{me} = c_1 \cdot l_{me}$, antager den Formen:

$$l_{me} = \sqrt[3]{2 \cdot \frac{l_n^2 \cdot l_{n+1}^2}{l_n + l_{n+1}}} \tag{6}$$

hvor l_{me} er den Maskevidde, der bestemmer Middelkornets Størrelse uden Hensyn til, om Kornene er Terninger eller Kugler.

Er $l_{n+1} = 2\, l_n$, faas $l_{me} = 1{,}39\, l_n$, altsaa meget nær Fraktionens l_m, som er $1{,}41\, l_n$.

Er $l_n = 0$, faas $l_{me} = 0$ for alle Værdier af l_{n+1}, saa Formlen kan kun bruges for $l_n > 0$. Naar Formlen skal anvendes paa den fineste Fraktion, tvinges man derfor til at indføre en skønnet Værdi af l, og dette Skøn kan have stor Indflydelse paa l_{me}. Saaledes giver Formlen:

For Fraktionerne	0,5/0	0,5/0,01	0,5/0,02	0,5/0,1	mm
l_{me} =	0	0,046	0,073	0,203	»

(d) q Korn med Overflade O_1 til O_q har Middeloverfladen $O_m = \frac{1}{q} \cdot \Sigma\, O$, og en Terning eller Kugle med denne Overflade har Tværmaalet

$$k_{md} = \sqrt{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{q} \cdot \Sigma\, O} \quad \text{eller} \quad d_{md} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{q} \cdot \Sigma\, O}.$$

Denne Værdi har man kun sjældent Brug for.

(e) Naar q Terninger har Kantlængderne k_1 til k_q, er Kantlængdens Middelværdi $k_{me} = \frac{1}{q} \cdot \Sigma\, k$. For Kugler faas $d_{me} = \frac{1}{q} \cdot \Sigma\, d$.

Disse Værdier maa ikke forveksles med de under (b) og (c) nævnte.

(f) Ofte karakteriseres en Fraktions Kornstørrelse ved $l_{mf} = \frac{1}{2} \cdot (l_n + l_{n+1})$. Er $l_{n+1} = 2\, l_n$, faas $l_{mf} = 1{,}5\, l_n$, altsaa noget større end l_m.

Sands Styrkeindeks. I *Ingeniøren* 1945, Side B. 8, har Dr. *Meyer* paavist den Forbindelse, der er mellem et Sands Styrkeindeks[4]:

$$\alpha = 3g + 2m + 1{,}4f \tag{7}$$

og G_M, idet G_M kan skrives under ganske samme Form som α, men med andre Talværdier, nemlig: $100\, G_M = 4{,}68g + 3m + f$. Ved Multiplikation med $\frac{2}{3}$ faas:

$$\alpha_1 = \frac{2}{3} \cdot 100\, G_M = 3{,}12g + 2m + 0{,}67f \tag{8}$$

og Dr. Meyer foreslaar at ændre Styrkeindekset til:

$$\alpha'' = 3g + 2m + f$$

som er den omtrentlige Middelværdi af α og α_1.

[4]) Se *Byggematerialer* III, 1942, § 340.

Forslaget motiveres med:

(1) α'' er i højere Grad end α proportional med G.

(2) Ombytningen af $1{,}4f$ med f er forsvarlig, da Spredningen ved Styrkeforsøg med Mørtler er stor.

(3) Det er simplere at regne med α'' end med α.

Hertil vil jeg gerne knytte følgende Bemærkninger:

Ad 1: Sandets Styrkeindeks er proportionalt med Mørtelstyrken; denne Egenskab har Grovhedstallet ikke, saa α skal ikke være proportional med G. Styrken vokser hurtigere end G, naar Betonen er svag, og langsommere end G, naar Betonen er stærk.

Ad 2: Ombytningen betyder en væsentlig Forvanskning af Forsøgsværdierne. Forsøgene viste, at Forholdet mellem g-Kornenes og f-Kornenes Bidrag til Styrken var $3 : 1{,}4 = 2{,}14$, mens den ændrede Formel giver Forholdet $3 : 1 = 3$, altsaa en Ændring, der langt overskrider de Grænser, indenfor hvilke Forsøgsusikkerheden bevæger sig.

Indekset er udledt af Forsøg med 21 Sorter Havgrus og 21 Sorter Bakkegrus og med $P_c : P_s = 1:2$ og 1:3 samt med 2 forskellige Vandmængder, saaledes at der ialt er prøvet $42 \cdot 2 \cdot 2 = 168$ forskellige Mørtler, et Antal, der utvivlsomt langt overstiger det, paa hvilket Abrams' Grovhedstal er baseret indenfor det snævre Omraade — Kornstørrelse $< 5^{mm}$ O — som Indekset gælder for. Selv om det derfor havde været rigtigt, at α og G skulde være proportionale, vilde man indenfor nævnte Omraade utvivlsomt turde regne med, at Abrams' Grovhedstal er mindre paalideligt end Styrkeindekset og derfor ikke vilde være egnet til Korrektion af dette.

Talværdierne 3 — 2 — 1,4 er ikke skønnede, men systematisk bestemte, saa Overensstemmelsen med Forsøgsværdierne bliver den bedst mulige, og deres Paalidelighed bestyrkes yderligere, naar man regner dem ud for Mørtlerne 1 : 2 og 1 : 3 hver for sig, idet man da finder:

$$\alpha = 3{,}0g + 2{,}0m + 1{,}35f \quad \text{for} \quad P_c : P_s = 1 : 2$$
$$\alpha = 3{,}0g + 2{,}0m + 1{,}50f \quad » \quad » \quad = 1 : 3.$$

Som venteligt er de fine Korn nyttigst i den magre Mørtel.

Ad 3: Som det fremgaar af ovenstaaende, kan Simplifikationen ikke anbefales.

Naar α bruges til at forudberegne en Mørtels Styrke, maa man kende Lagringsmaaden og Cementens Kvalitet. Ved Forsøgene var Lagringsmaaden 1 Døgn i fugtig Luft + 6 Døgn i Vand + 2¾ Maaned i Stueluft, mens Cementens Normstyrke efter 1 Døgn i fugtig Luft + 27 Døgn i Vand var 347^{at}. Under disse Forhold fandtes $S^c = 1{,}7 \cdot \alpha$ for Mørtler 1 : 2 og $S^c = 1{,}01\,\alpha$ for Mørtler 1 : 3. Havde nævnte Normstyrke været N, vilde man antageligt have fundet:

$$\text{For } P_c : P_s = 1:2 \quad S^c = 1{,}7 \cdot \frac{N}{347} \cdot \alpha \sim 0{,}5 \cdot \frac{N}{100} \cdot \alpha$$
$$\text{"} \quad \text{"} \quad = 1:3 \quad \text{"} = 1{,}01 \cdot \frac{N}{347} \cdot \alpha \sim 0{,}3 \cdot \frac{N}{100} \cdot \alpha$$

Disse Værdier gælder altsaa for 3 Mdr. gamle Mørtler.

Styrkeindeksets Fortrin fremfor G er, at det direkte giver Styrken, medens denne kun kan udledes af G ved Hjælp af Diagrammer, der næppe er meget paalidelige for de fineste Korns Vedkommende.

At medtage Sandets Styrkeindeks i Fig. 1 er ikke muligt, da en given Værdi af α kan faas med mange forskellige Værdier af l_m. Til $\alpha = 200$ svarer f. Eks. bl. a. følgende Sandsorter:

			l_m	G_M
$g = 0$	$m = 100$	$f = 0,$	$0{,}80^{mm}$	3,01
$g = 10$	$m = 73{,}3$	$f = 16{,}7$	0,87 »	3,13
$g = 37{,}5$	$m = 0$	$f = 62{,}5$	1,07 »	3,43

g-, m- og f-Kornenes Størrelse er regnet at ligge mellem Maskevidderne $0{,}1 - 0{,}4^{mm}$, $0{,}4 - 1{,}6^{mm}$ og $1{,}6 - 4^{mm}$. Den Maskevidde, der er Udtryk for Middelkornets Størrelse, kan da udregnes af Formlen

$$l_m = \sqrt{l_n \cdot l_{n+1}}:$$

$$l_{mg} = 2{,}53^{mm} \quad l_{mm} = 0{,}8^{mm} \quad l_{mf} = 0{,}2^{mm}$$

hvorefter Blandingssandets l_m findes af:

$$l_m = \frac{2{,}53g + 0{,}8m + 0{,}2f}{100}$$

og sluttelig G_M af Fig. 1 eller af Formlerne (1).

Naar Sandsorter med uens l_m giver ens Styrke, skyldes det, at Styrken ikke blot afhænger af l_m — altsaa af Grovhedstallet — men ogsaa af andre Faktorer og deriblandt Sandets Mellemrumsprocent[5]. Sandet med $m = 100$ % har en lille Værdi af l_m og en stor Mellemrumsprocent; Sandet med $g = 37{,}5$ % og $f = 62{,}5$ % har en større Værdi af l_m og en mindre Mellemrumsprocent, og disse Forskelles Virkning paa Mørtelstyrken kan ophæve hinanden.

Da m-Fraktionens Korn ligger mellem Maskevidderne 1,6 og $0{,}4^{mm}$, skulde de to andre Fraktioner for at være ligedannede med den ligge mellem Maskevidderne 6,4 og $1{,}6^{mm}$ for g-Fraktionen og mellem 0,4 og $0{,}1^{mm}$ for f-Fraktionen. Da denne sidste i Virkeligheden ligger mellem 0,4 og 0, aftager Enskornetheden — og dermed Mellemrumsprocenten — fra g til f. Dette er i Overensstemmelse med Forskellen mellem Formlerne (7) og (8), idet $\alpha : \alpha_1$ for de tre Fraktioner vokser fra g til f og er særlig stor for den meget uenskornede f-Fraktion.

[5]) se Fig. 5,2 i *Ingeniøren* 1920, Side 739.